

دفترچه شماره ۱



کد مدرسه

آزمون

۴



مرکز سنجش آموزش مدارس برتر

پایه

۱۲

تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۷/۲۵

آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

مدت پاسخ‌گویی: ۷۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۴۰

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخ‌گویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخ‌گویی
۱	حسابان	۱۸	۱	۱۸	۳۰ دقیقه
۲	هندسه	۱۲	۱۹	۳۰	۲۱ دقیقه
۳	گسسته	۱۰	۳۱	۴۰	۱۹ دقیقه

مواد امتحانی	سرفصل دهم	سرفصل یازدهم	سرفصل دوازدهم
حسابان	فصل ۲	فصل ۴	فصل ۲ (درس ۱)
هندسه	فصل ۴	—	فصل ۲ (درس ۱)
گسسته	فصل ۶ (شمارش)	—	فصل ۱ (درس ۳: همنهشتی) (صفحه ۱۸ تا ۳۰)

تمامی حقوق مادی و معنوی آزمون، متعلق به مرکز سنجش آموزش مدارس برتر بوده و هرگونه استفاده از آن بدون داشتن اجازه‌نامه کتبی از این مرکز، خلاف قانون و عرف و قابل پیگیری می‌باشد.

سال تحصیلی ۱۴۰۴-۱۴۰۵



www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud

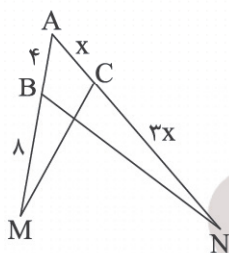
۱- مقدار $A = \frac{\sin \frac{7\pi}{8} + \cos \frac{\pi}{8}}{\sin \frac{\pi}{8} + \cos \frac{7\pi}{8}}$ چه عددی است؟

- (۱) $1 + \sqrt{2}$ (۲) $-1 - \sqrt{2}$ (۳) $3 + 2\sqrt{2}$ (۴) $-3 + 2\sqrt{2}$

۲- هرگاه $P(x-1, x)$ روی دایره مثلثاتی واقع شده باشد و از نقطه P به اندازه $\frac{\pi}{4}$ روی محیط دایره در جهت مثبت دایره مثلثاتی جلو برویم، مختصات نقطه به دست آمده کدام است؟ ($x \neq 0$)

- (۱) $A(\frac{3}{5}, -\frac{4}{5})$ (۲) $A(-\frac{3}{5}, -\frac{4}{5})$
 (۳) $A(\frac{3}{5}, \frac{4}{5})$ (۴) $A(-\frac{3}{5}, \frac{4}{5})$

۳- هرگاه مساحت مثلث ABN برابر ۲۴ باشد، مساحت مثلث AMC چه عددی است؟



- (۱) ۲۰ (۲) ۲۴ (۳) ۱۲ (۴) ۱۸

۴- حاصل عبارت $A = \frac{\sin 2x}{\cos 10x \cos 2x}$ به ازای $x = \frac{\pi}{24}$ چه عددی است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{2}$ (۲) $\sqrt{6} + \sqrt{2}$
 (۳) $\sqrt{6} - \sqrt{2}$ (۴) $\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$

۵- انتهای کمان مقابل به ۴ رادیان و ۶ رادیان در دایره مثلثاتی، به ترتیب در کدام ناحیه قرار دارد؟

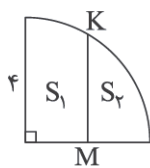
- (۱) دوم و چهارم (۲) دوم و سوم
 (۳) سوم و چهارم (۴) سوم و اول

۶- اگر $\frac{\pi}{3} < x < \pi$ و $2 \sin x + \cos x = 1$ ، مقدار $\cos 2x$ چه عددی است؟

- (۱) $-\frac{7}{25}$ (۲) $-\frac{18}{25}$ (۳) $\frac{7}{25}$ (۴) $\frac{18}{25}$

محل انجام محاسبات

۷- اگر M وسط شعاع ربع دایره باشد، مقدار $S_1 - S_2$ چه عددی است؟



(۱) $2 + \frac{\pi}{3}$

(۲) $2(\sqrt{3} - \frac{\pi}{3})$

(۳) $4(\sqrt{3} - \frac{\pi}{3})$

(۴) $2(\sqrt{3} + \frac{\pi}{3})$

۸- اگر $\tan \alpha = 6 \cot \beta$ مقدار $\frac{\cos(\beta - \alpha)}{\cos(\alpha + \beta)}$ چه عددی است؟

(۱) $\frac{5}{7}$ (۲) $-\frac{7}{5}$ (۳) $-\frac{5}{7}$ (۴) $\frac{7}{5}$

۹- هرگاه $\sin x - \cos x = \frac{\sqrt{3}}{3}$ مقدار $\sin(\frac{3\pi}{4} - 4x)$ کدام است؟

(۱) $\frac{1}{9}$ (۲) $-\frac{1}{9}$ (۳) $\frac{4}{9}$ (۴) $-\frac{4}{9}$

۱۰- اگر $\frac{3\pi}{4} < x < \pi$ و $\cos(x + \frac{3\pi}{4}) = \frac{\sqrt{2}}{4}$ مقدار $\cos(2x)$ چه عددی است؟

(۱) $\frac{\sqrt{7}}{4}$ (۲) $-\frac{\sqrt{7}}{4}$ (۳) $-\frac{3}{4}$ (۴) $\frac{3}{4}$

۱۱- دوره تناوب تابع $f(x) = (1 - 2\cos 2x)(1 + 2\cos 2x)$ چه عددی است؟

(۱) 4π (۲) 2π (۳) π (۴) $\frac{\pi}{2}$

۱۲- بیشترین مقدار تابع $f(x) = a + 4\sin(\frac{\pi x}{a})$ از دو برابر قرینه کمترین مقدار تابع یک واحد کمتر است. دوره تناوب تابع، چه عددی

است؟

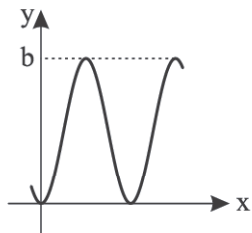
(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) ۴

۱۳- هرگاه f تابعی متناوب و دوره تناوب تابع $y = 3f(\frac{2x-1}{3})$ برابر ۴ باشد، دوره تناوب $y = 2f(\frac{3-4x}{3})$ چه عددی است؟

(۱) ۲ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) ۴ (۴) $\frac{16}{3}$

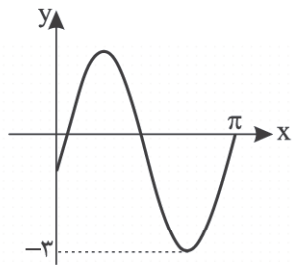
محل انجام محاسبات

۱۴- نمودار تابع $f(x) = a - 2\sin(bx - \frac{3\pi}{4})$ شکل زیر است. مقدار $a + b$ کدام است؟



- ۴ (۱)
- ۶ (۲)
- ۸ (۳)
- ۹ (۴)

۱۵- بخشی از نمودار تابع $f(x) = a - 2\sin bx$ شکل زیر است. مقدار $a - b$ کدام است؟

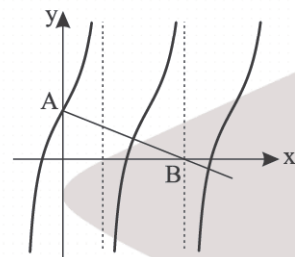


- $\frac{13}{6}$ (۱)
- $\frac{10}{3}$ (۲)
- $\frac{5}{3}$ (۳)
- $\frac{7}{6}$ (۴)

۱۶- دو خط افقی بر نمودار تابع $f(x) = -3 - 4\sin^2 \frac{\pi}{4} x$ مماس هستند. هرگاه فاصله دو خط افقی همواره ۶ باشد، مقدار مثبت a چه عددی است؟

- $\frac{3}{4}$ (۱)
- $\frac{4}{3}$ (۲)
- $\frac{3}{2}$ (۳)
- $\frac{2}{3}$ (۴)

۱۷- بخشی از نمودار تابع $f(x) = a \tan(\frac{\pi x}{3}) + a$ شکل زیر است. اگر شیب پاره خط AB برابر $-\frac{4}{9}$ باشد، مقدار a کدام است؟



- ۴ (۱)
- ۲ (۲)
- $\frac{1}{2}$ (۳)
- $\frac{1}{4}$ (۴)

۱۸- نمودار تابع $f(x) = a \cos^2 \frac{\pi x}{a}$ محور عرض‌ها را در نقطه A و محور طول‌ها را در نقطه M و N قطع می‌کند. حداقل مساحت مثلث AMN چه عددی است؟

- a^2 (۱)
- $\frac{a^2}{2}$ (۲)
- $2a^2$ (۳)
- $\frac{a^2}{4}$ (۴)

محل انجام محاسبات

۱۹- چند تا از گزاره‌های زیر در فضای سه‌بعدی درست است؟

(الف) فقط یک صفحه عمود بر دو خط متناظر وجود دارد.

(ب) دو خط عمود بر یک خط یا موازی‌اند یا متقاطع.

(ج) دو صفحه متمایز عمود بر یک صفحه یا موازی‌اند یا متقاطع.

(د) اگر خطی با صفحه‌ای موازی باشد با تمام خطوط آن صفحه موازی است.

(۱) صفر (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

۲۰- اگر خط d با صفحه P موازی باشد، کدام نادرست است؟

(۱) از خط d فقط یک صفحه می‌توان گذراند که بر صفحه P عمود باشد.

(۲) هر صفحه عمود بر خط d ، بر صفحه P عمود است.

(۳) از خط d فقط یک صفحه می‌توان گذراند که با صفحه P موازی باشد.

(۴) هر خط منطبق بر صفحه P با خط d موازی است.

۲۱- دو خط L و L' موازی‌اند و خط d با آنها متناظر است. اگر صفحه P دو خط d و L' را در نقاط A و B قطع کند. وضعیت نسبی AB و L چگونه است؟

(۱) متقاطع یا متناظر

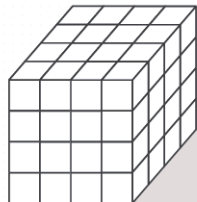
(۲) موازی یا منطبق

(۳) متناظر یا موازی

(۴) موازی یا متقاطع

۲۲- تمام وجه‌های مکعب به ابعاد $4 \times 4 \times 4$ شکل زیر به جز کف آن رنگ آمیزی شده است. اگر m تعداد مکعب‌های $1 \times 1 \times 1$ که فقط یک

وجه‌شان رنگ شده و n تعداد مکعب‌های $1 \times 1 \times 1$ که سه وجه‌شان رنگ شده باشد، آنگاه حاصل $1 - \frac{m}{n}$ برابر کدام است؟



(۱) ۴

(۲) ۵

(۳) ۶

(۴) ۷

۲۳- صفحه‌ای در برخورد با کره‌ای به شعاع R ، بیشترین سطح مقطع ممکن را ایجاد کرده است. این صفحه را در راستای عمود بر آن چقدر

جابه‌جا کنیم تا مساحت سطح مقطع حاصل $\frac{1}{4}$ حالت اولیه باشد؟

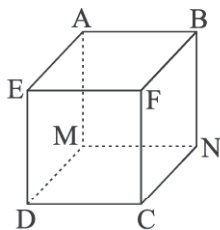
(۴) $\frac{\sqrt{3}}{2} R$

(۳) $\frac{\sqrt{2}}{2} R$

(۲) $\frac{3}{4} R$

(۱) $\frac{1}{2} R$

محل انجام محاسبات



۲۴- با توجه به مکعب شکل زیر کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) صفحه‌ای که از نقاط A و B و C می‌گذرد مکعب را در یک مستطیل برش می‌دهد.
- (۲) نقاط A و B و C رأس‌های یک مثلث قائم‌الزاویه هستند.
- (۳) صفحه‌ی گذرا از نقاط E و M و C مکعب را در یک مثلث متساوی‌الاضلاع برش می‌دهد.
- (۴) نقاط A و E و C رأس‌های یک مثلث قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین هستند.

۲۵- در مثلث $\triangle ABC$ ($\hat{A} = 75^\circ$, $\hat{C} = 15^\circ$) اندازه کوچک‌ترین ارتفاع برابر ۲ است. اندازه حجم شکل حاصل از دوران این مثلث حول ضلع AC چقدر است؟ ($\pi \approx 3$)

- | | |
|--------|--------|
| ۱۶ (۱) | ۲۸ (۲) |
| ۱۴ (۳) | ۳۲ (۴) |

۲۶- کدام گزینه همواره درست است؟

- (۱) دو خط d و Δ متقاطع‌اند. از دوران d حول Δ یک سطح مخروطی ایجاد می‌شود.
- (۲) فصل مشترک صفحه عمود بر محور سطح مخروطی، یک دایره است.
- (۳) اگر صفحه‌ای از محور سطح مخروطی عبور کند، مقطع حاصل دو خط متقاطع است.
- (۴) اگر صفحه‌ای موازی مولد سطح مخروطی باشد و از رأس آن عبور کند، مقطع یک سهمی است.

۲۷- مکان هندسی مراکز همه دایره‌هایی با شعاع ثابت R که درون دایره $(O, 2R)$ بوده و بر آن مماس داخل باشند، کدام است؟

- | | |
|------------------|-------------------------|
| (۱) دو خط موازی | (۲) یک دایره به شعاع R |
| (۳) دو خط متقاطع | (۴) یک دایره به شعاع ۳R |

۲۸- نقطه A از خط d به فاصله ۲/۵ قرار دارد. مکان هندسی نقاطی از صفحه که از A به فاصله ۵/۵ و از خط d به فاصله ۳ قرار دارند یک مجموعه سه عضوی است. مساحت مثلثی که با این سه نقطه ایجاد می‌شود، چقدر است؟

- | | |
|------------------|------------------|
| (۱) $4\sqrt{5}$ | (۲) $3\sqrt{30}$ |
| (۳) $6\sqrt{30}$ | (۴) $6\sqrt{5}$ |

۲۹- سه نقطه A, B و C که روی یک خط راست نیستند و خط d در یک صفحه مفروض‌اند. چند نقطه در این صفحه وجود دارد به گونه‌ای که از این سه نقطه به یک فاصله بوده و از خط d به فاصله ۳ واحد باشد؟

- | | | | |
|---------------|---------------|-------------------|--------------------|
| (۱) همواره یک | (۲) صفر یا یک | (۳) یک یا بی‌شمار | (۴) صفر یا بی‌شمار |
|---------------|---------------|-------------------|--------------------|

محل انجام محاسبات

۳۰- مثلث $\triangle ABC$ در صفحه مفروض است به طوری که نقاط A و B ثابت و نقطه C در صفحه به گونه‌ای متغیر است که همواره $\hat{A}BC = 2\hat{B}AC$ باشد. مکان هندسی نقطه تلاقی نیمساز زاویه $\hat{A}BC$ با پاره خط AC کدام است؟

- (۱) عمودمنصف AB
 (۲) خطی موازی با AB
 (۳) دایره‌ای به مرکز A
 (۴) یک نقطه

۳۱- معادله هم‌نهشتی $a \equiv 17 + 51x \pmod{21}$ با متغیر x ، در مجموعه اعداد صحیح جواب دارد. کوچک‌ترین مقدار طبیعی سه‌رقمی برای a کدام است؟

- (۱) ۱۰۲
 (۲) ۱۰۱
 (۳) ۱۱۹
 (۴) ۱۱۸

۳۲- رقم یکان بزرگ‌ترین عدد طبیعی سه‌رقمی مانند n که در رابطه $3 + 9n \mid 12$ صدق کند، کدام است؟

- (۱) ۶
 (۲) ۷
 (۳) ۸
 (۴) ۹

۳۳- اگر باقیمانده تقسیم عدد شش‌رقمی $\overline{a2a5a7}$ بر ۱۱ برابر ۲ باشد، آنگاه باقیمانده تقسیم آن عدد بر ۹ کدام است؟

- (۱) ۲
 (۲) ۵
 (۳) ۸
 (۴) ۴

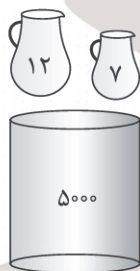
۳۴- معادله سیاله $66x + 84y = 7n + 3$ با متغیرهای x و y در مجموعه اعداد صحیح فاقد جواب است. به جای n چند مقدار طبیعی یک‌رقمی می‌توان فرار داد؟

- (۱) ۶
 (۲) ۸
 (۳) ۵
 (۴) ۷

۳۵- اعداد صحیح x و y چنانند که رابطه $17^2 = 187y + 102x$ برقرار است. حاصل $x + y$ کدام می‌تواند باشد؟

- (۱) ۲۷
 (۲) ۲۶
 (۳) ۲۵
 (۴) ۲۴

۳۶- برای پر کردن بشکه‌ای ۵۰۰۰ لیتری از آب، باید m بار پیمانه ۷ لیتری و n بار پیمانه ۱۲ لیتری را پر از آب کرده و در بشکه خالی کنیم. برای زوج مرتب (m, n) چند دسته جواب وجود دارد؟

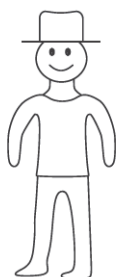


- (۱) ۵۹
 (۲) ۵۸
 (۳) ۵۷
 (۴) ۵۶

محل انجام محاسبات

۳۷- به چند طریق می توان کلاه، بلوز و شلوار عروسک زیر را با یکی از چهار رنگ سبز، زرد، قرمز و آبی رنگ کرد به شرطی که در آن

رنگ آمیزی از رنگ سبز حتماً استفاده شده باشد؟



۶۳ (۱)

۶۱ (۲)

۳۷ (۳)

۴۸ (۴)

۳۸- با ارقام ۰، ۱، ۲، ۴، ۶ چند عدد چهاررقمی فرد می توان ساخت به طوری که هیچ یک از آن اعداد رقم تکراری نداشته باشند؟

۱۸ (۴)

۱۶ (۳)

۱۵ (۲)

۱۲ (۱)

۳۹- چند عدد چهاررقمی وجود دارد به طوری که بزرگ ترین رقم هر یک از آنها ۲ باشد؟

۵۴ (۴)

۵۲ (۳)

۴۸ (۲)

۴۶ (۱)

۴۰- در قفسه‌ای ۷ کتاب متمایز ریاضی و ۶ کتاب متمایز فیزیک وجود دارد. به m طریق می توان ۵ کتاب از آن ۱۳ کتاب چنان انتخاب کرد

که تعداد کتب منتخب فیزیک بیشتر از تعداد کتب منتخب ریاضی باشد. مجموع ارقام عدد m کدام است؟

۹ (۴)

۱۰ (۳)

۱۱ (۲)

۱۲ (۱)

محل انجام محاسبات